

## Calcul littéral

### A) Notations et réduction de sommes.

#### 1. Propriétés de la multiplication.

Propriété :

Multiplier plusieurs facteurs peut se faire dans n'importe quel ordre.

Exemple :

$$4x \times 2x = 4 \times x \times 2 \times x = 4 \times 2 \times x \times x = 8x^2$$

Propriétés :

Quels que soient les nombres relatifs  $a$  et  $b$  :

- $1 \times a = 1a = a$
- $-1 \times a = -1a = -a$
- $0 \times a = 0$
- $1 \times (a + b) = (a + b) = a + b$
- $-1 \times (a + b) = -(a + b) = -a - b$
- $0 \times (a + b) = 0$

Exercice n°1 :

Réduire les expressions suivantes :

$$A = 7 \times 3x$$

$$B = 5x \times 2x$$

$$C = 6 \times 3x^2$$

$$D = 4x \times 3$$

$$E = 2x^2 \times 4$$

$$F = -3x \times 5x$$

$$G = -7 \times 2x$$

$$H = 3x(-4x)$$

$$I = -2x(-8x)$$

$$J = 2(-5x^2)$$

$$K = -6x^2 \times 2$$

$$L = 4(-3x^2)$$

$$M = 4x^2(-5)$$

#### 2. Addition et parenthèses.

Propriété :

Quand les parenthèses sont précédées du signe + et qu'elles ne sont pas suivies de  $\times$  ou de  $\div$ , on peut supprimer ce + et les parenthèses.

Exemple :

- $2x + (3x + 5) = 2x + 3x + 5 = 5x + 5.$
- $4x + (-5 + 3x) = 4x - 5 + 3x = 7x - 5.$
- $8 + (5x - 6 + 2x) = 8 + 5x - 6 + 2x = 7x + 2.$

Attention :

$5 + (2x + 3) \times 3$  n'est pas égal à  $5 + 2x + 3 \times 3$  car la parenthèse est suivie de  $\times$ .

**Vidéo :** [réduire une expression littérale \(cas simples\)](#)

**Vidéo :** [réduire une expression littérale \(cas compliqués\)](#)

Exercice n°2 :

Réduire, si possible, les expressions suivantes :

$$A = 6x + 3x$$

$$B = 8 + 2x$$

$$C = 5x - 7x$$

$$D = 4x^2 + 2x^2$$

$$E = -8x^2 - 6x^2$$

$$F = -4x^2 + 6x^2$$

Exercice n°3 :

Réduire, si possible, les expressions suivantes :

$$A = -5a + 2 + 9a$$

$$B = -8m - 2m - 5m$$

$$C = 6m^2 + 5m^2 - 8m^2$$

$$D = 2k - 7k^2 + 4k^2$$

$$E = -7y^2 + 5y^2 - 3y^2$$

$$F = 5 + 3x - 4x^2 + 8x^2 + 4x - 5$$

Exercice n°4 :

Réduire, si possible, les expressions suivantes :

$$A = 7 + 3x$$

$$B = 7x \times 3x$$

$$C = 7 \times 3x$$

$$D = 7x + 3x$$

$$E = -5 \times 2x$$

$$F = -6x - 2x$$

$$G = -3x(-2x)$$

$$H = -8 + 2x$$

$$I = -4 \times 5x - 2 \times 6x$$

$$J = 5x \times 2 - 4 \times 3x$$

**Vidéo : reconnaître une somme et un produit****3. Factorisation.**

Factoriser c'est transformer une somme en produit, on utilise pour cela les formules de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

Propriété :Quels que soient les nombres  $a$ ,  $b$  et  $c$  les nombres  $a \times b + a \times c$  et  $a(b + c)$  sont égaux.

$$ab + ac = a \times b + a \times c = a(b + c)$$

Exemple :

$$\text{Factoriser : } A = -10x^2 + 20x - 10x^2 + 20x = -5x \times 2x + (-5x) \times (-4) = -5x(2x - 4)$$

Exercice n°5 :

Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 4 + 16x$$

$$B = 12 - 8x$$

$$C = -6x - 18$$

$$D = 42 - 14x$$

$$E = 36z + 63$$

$$F = 3x^2 + x$$

$$G = -3x + 5x^2$$

**Vidéo : factoriser une expression littérale (cas simples)****Vidéo : factoriser une expression littérale (cas compliqués)**

## B) Distributivité et soustraction de parenthèses.

### 1. Distributivité.

Développer c'est transformer un produit en somme, on utilise pour cela les formules de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

Propriété :

Quels que soient les nombres  $a$ ,  $b$  et  $c$  les nombres  $a(b + c)$  et  $a \times b + a \times c$  sont égaux.

$$a(b + c) = a \times b + a \times c = ab + ac$$

Exemple :

Développer :  $A = -5x(2x - 4)$

$$A = -5x(2x - 4) = -5x \times 2x + (-5x) \times (-4) = -10x^2 + 20x$$

**Vidéo : développer en utilisant la simple distributivité**

Exercice n°6 :

Développer, réduire et ordonner si possible.

$$A = 5(2x + 7)$$

$$B = (5 + 2x) \times 3$$

$$C = 4x(2x + 6)$$

$$D = 3x + 2(4x + 7)$$

$$E = 3(4x + 8) + 5(3x + 1)$$

$$F = 3x(5x + 2) + 5x(5x + 3)$$

Exercice n°7 :

Développer, réduire et ordonner si possible.

$$A = -6(-3x - 7)$$

$$B = 2x(4x - 5)$$

$$C = -3x(-2 - 4x)$$

$$D = (5x - 4) \times 4x$$

$$E = -8a + 2(3a - 5)$$

$$F = -6(2y + 4) + 3(5y - 1)$$

Exercice n°8 :

Développer, réduire et ordonner si possible :

$$A = (5x + 2) - (6x + 4)$$

$$B = (-5x + 3) + (4x - 5)$$

$$C = (-3x - 4) - (-8x + 3)$$

$$D = (6x^2 - 3x + 5) + (-4x^2 - 3x - 4)$$

$$E = 5(-4c + 2) - (3c - 4) \times 2$$

$$F = -2(5c + 3) - (-4c + 7) \times 3$$

Exercice n°9 :

Développer, réduire et ordonner si possible.

$$A = 2b + 3b(4 + 8b)$$

$$B = 6b(-2b + 4) + 2b^2$$

$$C = 5b(-2b - 4) - b(3b - 7)$$

$$D = -4b(3b - 5) + 7b(-3b - 5)$$

## 2. Double distributivité.

### Propriété :

Pour tous les nombres  $a, b, c$  et  $d$  on a :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

En effet :  $(a + b)(c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d = ac + ad + bc + bd$

### Exemple :

Développer réduire et ordonner :  $A = (3x - 5)(-2x + 4)$

$$\begin{aligned} A &= (3x - 5)(-2x + 4) \\ &= 3x \times (-2x) + 3x \times 4 + (-5) \times (-2x) + (-5) \times 4 \\ &= -6x^2 + 12x + 10x + (-20) \\ &= -6x^2 + 22x - 20 \end{aligned}$$

### **Vidéo : développer en utilisant la double distributivité (cas simples)**

### **Vidéo : développer en utilisant la double distributivité (cas compliqués)**

### Exercice n°10 :

Développer, réduire et ordonner si possible.

$$A = (3x + 4)(5x + 2)$$

$$B = (5 + 2x)(3x + 7)$$

$$C = 5x + 3(4 + 2x)$$

$$D = (-5x - 3)(-4x - 2)$$

$$E = (2x - 5)(-5x + 3)$$

$$F = (-5x + 2)(5 + 4x)$$

### Exercice n°11 :

Développer, réduire et ordonner si possible.

$$A = (3 - 2x)(5 - 6x)$$

$$B = (-8x + 5)(-2x + 4)$$

$$C = (-4 + 3x)(5x - 2)$$

$$D = (2x + 3)(5x - 2) + 2x^2$$

$$E = 4x^2 + 5 + (2x - 4)(3x + 6)$$

$$F = 5x + 3(2x - 4)(2x + 4)$$

### Exercice n°12 :

Développer, réduire et ordonner si possible.

$$A = 2x + 3(5x - 2)$$

$$B = 2(5x + 3) - (-2x + 4)$$

$$C = -3(2x - 5) - (4x + 2) \times 6$$

$$D = (8x + 3)(2x + 4) - 4x^2$$

$$E = (5x + 4)(3x + 5) - (6x + 3)(2x - 7)$$

$$F = (-3x + 8)(4x - 5) + (2x - 3)(6x - 2)$$

$$G = (-5x - 6)(-2x + 8) - (3 + 5x)(4 - 2x)$$

### Exercice n°13 :

Recopie et complète le tableau suivant :

	$x = 4$	$x = 0$	$x = -2$
$3(2x - 7) - 5x$			
$(x - 4)(x - 2)$			
$(2 - x)^2$			

### **Vidéo : démontrer une égalité**

Exercice n°14 :

- On pose :  $B = (-2x + 5)(3x + 4) + 2x(3x + 1,5) - 20$ .  
Calculer  $B$  pour  $x = 391,2$ .
- On pose :  $A = (3x + 4)(5x - 2) - (20x - 12)$  et  $B = 4 - 3x(2 - 5x)$ .  
Démontrer que  $A = B$ .

**Vidéo : exprimer en fonction de  $x$** Exercice n°15 :

Onagre est un opérateur de téléphonie mobile qui propose les abonnements suivants :

**Abonnement A** : abonnement 19€, puis 0,30€ la minute de communication.

**Abonnement B** : abonnement 29€, puis 0,20€ la minute de communication.

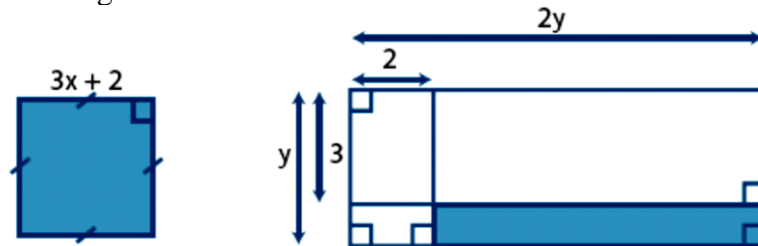
- Complète le tableau :

Durée (en minutes)	30	45	60	90
Abonnement A (en €)	.....	.....	.....	.....
Abonnement B (en €)	.....	.....	.....	.....

- Soit  $x$  le nombre de minutes de communication.  
Exprime le prix de chaque abonnement en fonction de  $x$ .
- Calculer les tarifs pour une durée de 100 minutes. Que peut-on en conclure ?

Exercice n°16 :

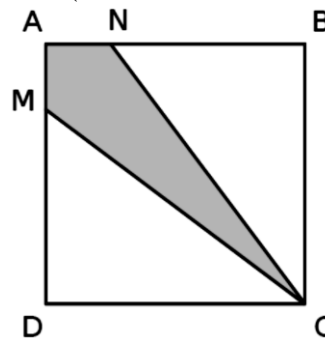
Calcule les aires des figures bleues sous les formes suivantes :



- Comme le produit de deux parenthèses.
- Sous formes développées réduites et ordonnées.

**Vidéo : figure avec une écriture littérale**Exercice n°17 : Vu au Brevet

La figure ci-dessous représente un carré de 6cm de côté.  $M$  est un point de  $[AD]$  et  $N$  est un point de  $[AB]$  tels que :  $AM = AN = x$  ( $x$  est un nombre strictement positif).



- Calcule, en fonction de  $x$ , les aires des triangles  $MDC$  et  $NBC$ .
- Calcule, en fonction de  $x$ , l'aire du quadrilatère  $AMCN$ .
- Calcule ces trois aires pour  $x = 2\text{cm}$ .

Exercice n°18 : Problèmes

- 1) Adeline achète 5 *CD* et 3 *DVD*.  
On notera  $x$  le prix en euros d'un *CD*. Un *DVD* coûte 10 euros de plus qu'un *CD*.
  - a) Écris, en fonction de  $x$ , la dépense d'Adeline en euros.  
Développe et réduis l'expression trouvée.
  - b) En utilisant l'expression obtenue en a), calcule, en euros, la dépense d'Adeline si un *CD* coûte 15€.
- 2) Une salle de concert peut contenir 600 places. Il y a  $x$  places assises et les autres sont debout. Les places debout coûtent 15€ et les places assises 25€.
  - a) Que représentent les expressions suivantes :  $600 - x$  ;  $25x$  et  $15(600 - x)$  ?
  - b) Exprime, en fonction de  $x$ , la recette totale en euros si toutes les places sont prises.
  - c) Calcule cette recette si  $x = 200$ .

**Vidéo : résoudre un problème à l'aide du calcul littéral**Exercice n°19 :

Soient les deux programmes de calculs suivants :

**Programme 1 :**

- Choisis un nombre ;
- Ajoute 6 à ce nombre ;
- Multiplie le résultat par  $-2$  ;
- Ajoute le quadruple du nombre choisi au départ.

**Programme 2 :**

- Choisis un nombre ;
- Soustrais 3 à ce nombre ;
- Multiplie le résultat par 4 ;
- Soustrais le double du nombre choisi au départ.

- 1) Teste ces deux programmes de calculs pour  $x = 2$  ; pour  $x = -3$  et enfin pour  $x = 4$ .
- 2) Que remarque-t-on ?
- 3) Si l'on note  $x$  le nombre choisi au départ, écris une expression  $A$  qui traduit le *Programme 1*.
- 4) De la même manière, écris une expression  $B$  pour le *Programme 2*.
- 5) Comment peut-on expliquer la remarque faite à la question 2) ?

**Vidéo : prouver que des programmes de calcul sont équivalents**

Exercice n°20 : énoncés et corrigés dans les vidéos.

- 1) **Vidéo : Réduire une expression**
- 2) **Vidéo : Développer une expression**
- 3) **Vidéo : Factoriser une expression**
- 4) **Vidéo : Développer et réduire une expression**