

Interrogation de mathématiques
Niveau : 1^{ère} S
Durée : 2heures
Calculatrice : Non autorisée
Thème : Trigonométrie, probabilités et fonctions

Exercice n°1 : Equations trigonométriques.

(2pts)

Résoudre dans $[-\pi ; \pi[$, à l'aide d'un cercle trigonométrique, les équations :

1) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

2) $2 \sin x + 3 = 2$.

Exercice n°2 : Simplifications.

(2pts)

Simplifier au maximum l'expression suivante :

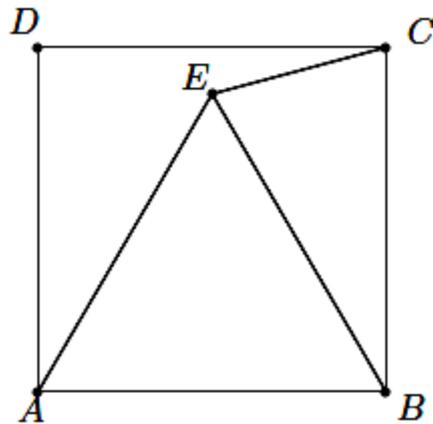
$$A(x) = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos(-x) + \cos(\pi - x).$$

Exercice n°3 : Calculs d'angles.

(5pts)

ABCD est un carré direct, ABE est un triangle équilatéral direct.

On veillera à utiliser les propriétés sur les angles orientés vue en classe.



- 1) Démontrer que le triangle EBC est isocèle en B.
- 2) Calculer une mesure en radian de chacun des angles orientés suivants :
 - a) $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AE})$.
 - b) $(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BE})$.
 - c) $(\overrightarrow{EA}; \overrightarrow{EC})$.
 - d) $(\overrightarrow{AE}; \overrightarrow{BE})$.
 - e) $(\overrightarrow{EC}; \overrightarrow{BE})$.

Exercice n°4 : location de voiture

(6pts)

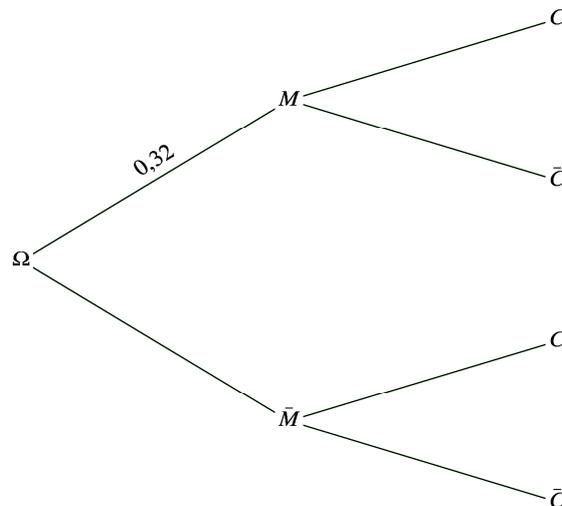
Une entreprise loue des voitures pour une durée d'une semaine. Elle relève dans sa comptabilité les frais de réparation des pannes d'origine mécanique et ceux de remise en état de la carrosserie. Lorsqu'elle récupère une voiture, elle a observé que :

- la probabilité d'engager des frais pour une panne d'origine mécanique est de 0,32.
- si elle a engagé des frais pour une panne d'origine mécanique, la probabilité qu'elle en engage aussi pour des dégâts à la carrosserie est de 0,45.
- si elle n'a pas engagé de frais pour une panne d'origine mécanique, la probabilité qu'elle en engage pour des dégâts à la carrosserie est de 0,3.

On considère les événements suivants :

- M : « frais de réparation pour une panne d'origine mécanique » ;
- C : « frais de remise en état de la carrosserie » ;

1) Reproduire et compléter l'arbre pondéré suivant :



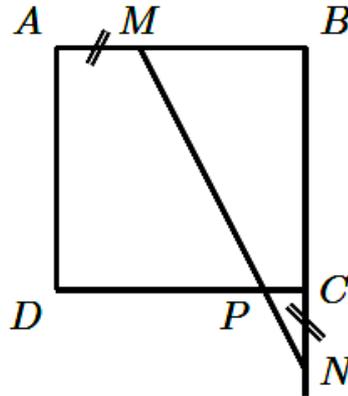
- 2) On choisit au hasard une voiture qui a été louée :
- calculer la probabilité que l'entreprise ait à engager des frais de réparation pour une panne mécanique et pour la remise en état de la carrosserie.
 - montrer que la probabilité que l'entreprise ait à engager des frais de réparation pour la remise en état de la carrosserie est $P(C) = 0,348$.
- 3) Les frais de réparation (hors taxes) s'élèvent en moyenne à 200 € par voiture en cas de panne mécanique et à 300 € par voiture en cas de remise en état de la carrosserie. Soit X la variable aléatoire qui prend pour valeur le montant moyen des frais de réparation (hors taxes) d'une voiture après une location.
- Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X :

x_i	0	200	300	500
$P(X = x_i)$				

- Cette société loue beaucoup de voitures. Quel est le montant (hors taxes) moyen de frais de réparation pour une voiture à l'issue d'une location ?
- Les taxes pour ces réparations étant de 20% et les autres coûts hebdomadaires d'une voiture louée étant de 100 euros, la nouvelle variable aléatoire donnant le coût d'une voiture louée une semaine est : $C = 1,2X + 100$.
Quel est, pour cette entreprise, le coût moyen d'une voiture louée une semaine ?

Exercice n°5 : Optimisation**(5pts)**

ABCD est un carré de côté 1 et M un point du segment [AB]. Sur la demi-droite portée par (BC), d'origine C et ne contenant pas B, on place le point N tel que CN = AM. La droite (NM) coupe (DC) en P. On pose AM x avec $0 \leq x \leq 1$.



Le but de l'exercice est de trouver la position de M pour que PC soit maximale.

- 1) Etude des variations de la fonction f définie sur $[0 ; 1]$ par : $f(x) = \frac{x - x^2}{x + 1}$.
 - a) Montrer que la fonction dérivée f' de f sur $[0 ; 1]$ est : $f'(x) = \frac{-x^2 - 2x + 1}{(x + 1)^2}$.
 - b) Etudier le signe de f' suivant les valeurs de x .
 - c) En déduire le tableau de variation de la fonction f sur $[0 ; 1]$.
- 2) Démontrer que $PC = \frac{x - x^2}{x + 1}$.
- 3) En déduire la valeur de x pour laquelle la distance PC est maximale.

Le barème de ce devoir n'est qu'indicatif, il se peut donc qu'il soit légèrement modifié.