Interrogation de mathématiques
Niveau : 1ereS
Durée : 3heures
Calculatrice : autorisée
Thème : Vecteurs et droites

<u>Exercice 1</u> : Inéquation. **(3pts)**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $\dfrac{-5x^2+9x+2}{x+2} > 2$.

<u>Exercice 2</u> : Une fonction valeur absolue. **(8pts)**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = a|x-3|+b$ où a et b sont deux réels fixés. On donne : $f(5) = -2$ et $f(-2) = -11$.

1) Montrer que $a = -3$ et $b = 4$ (la simple vérification ne suffit pas ici).
2) Donner la valeur exacte de l'image de $\sqrt{5}$ par f sans utiliser les barres de valeur absolue (on ne demande aucune justification).
3) Ecrire f sans utiliser les barres de valeur absolue.
4) En déduire les variations de f et dresser son tableau de variations.
5) Tracer la courbe représentative de f dans le repère donné en annexe.
6) Résoudre algébriquement l'équation : $f(x) = 1$.
7) Résoudre algébriquement l'inéquation : $f(x) < -2$.

<u>Exercice n°3</u> : Avec deux méthodes différentes. **(8pts)**

ABCD est un parallélogramme.

E et F sont les points tels que $\overrightarrow{BE} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CF} = \dfrac{3}{4}\overrightarrow{CD}$.

O est le point de [AC] tel que du CEOF soit un parallélogramme.
G est le milieu du segment [EF] et donc le centre du parallélogramme CEOF.

Le but de ce problème est de démontrer que les points A, G et C sont alignés.

<u>1ère méthode</u> : Calcul vectoriel.

1) Montrer que $\overrightarrow{CE} = \dfrac{3}{4}\overrightarrow{CB}$.
2) Justifier les égalités : $\overrightarrow{CG} = \dfrac{1}{2}(\overrightarrow{CF} + \overrightarrow{CE})$ et $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$.
3) En déduire $\overrightarrow{CA}$ en fonction de $\overrightarrow{CF}$ et $\overrightarrow{CE}$.
4) En déduire que les points A, G et C sont alignés.

<u>2ème méthode</u> : Avec repère .

On travaille maintenant dans le repère $\left(A ; \dfrac{1}{4}\overrightarrow{AB} ; \dfrac{1}{4}\overrightarrow{AD}\right)$.

Ainsi on a : $A(0 ; 0)$, $B(4 ; 0)$ et $D(0 ; 4)$.

1) Déterminer, sans les justifier, les coordonnées des points C, E et F.
2) En déduire, en les justifiants, les coordonnées de G.
3) Donner une équation cartésienne de la droite (AC).
4) Conclure à l'aide de cette équation.

<u>Exercice 4</u>: Dans un repère **(3pts)**

Soit (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) un repère du plan.

On considère les points $A(1\ ;\ 0)$, $B(5\ ;\ 4)$, $C(11\ ;\ 0)$ et $D(-1\ ;\ 3)$.

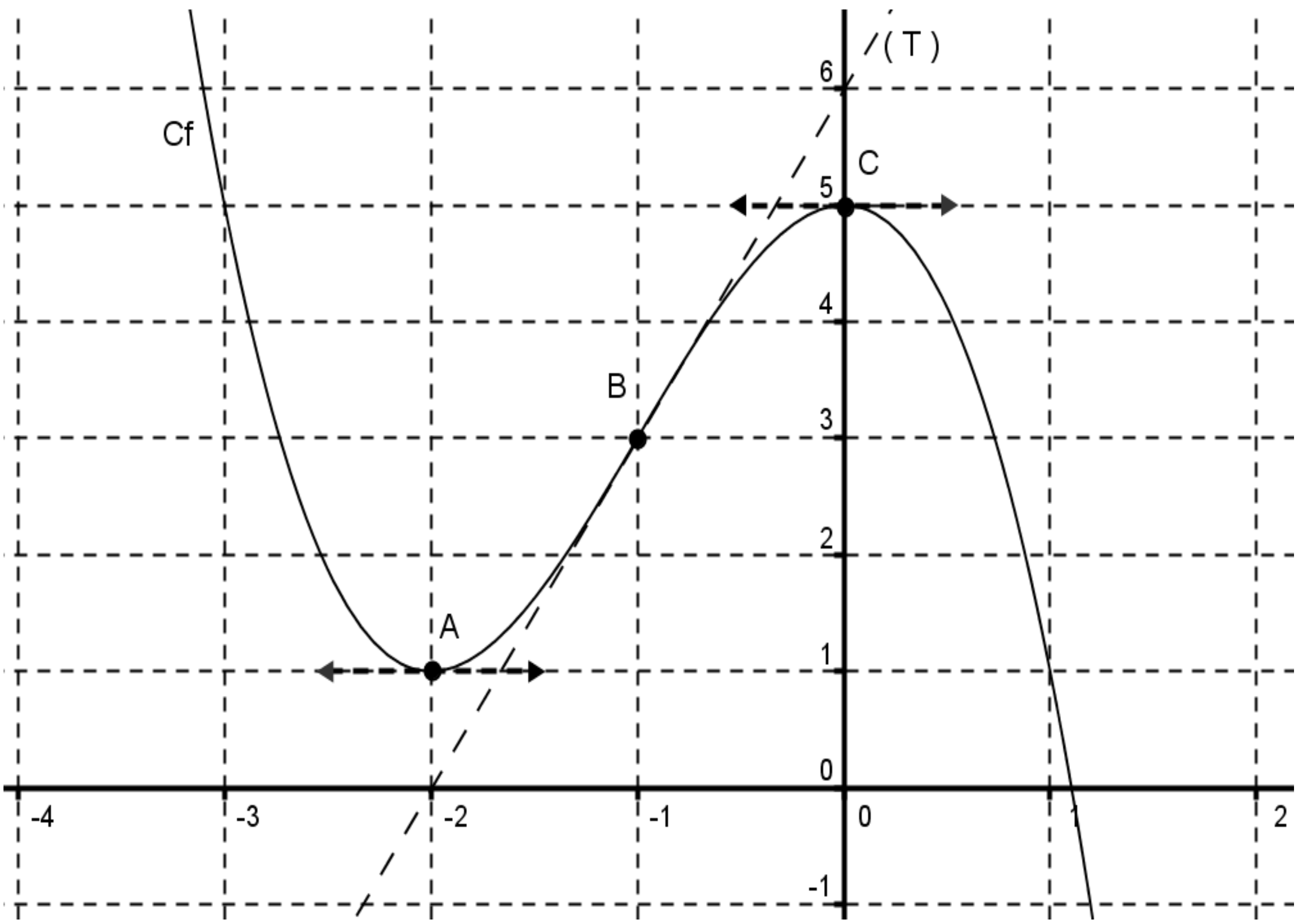
1) Déterminer une équation <u>cartésienne</u> de la droite (CD).
2) Déterminer l'équation <u>réduite</u> de la droite (AB).
3) Soit I le point d'intersection de (AB) et (CD).
   Déterminer les coordonnées de I .

<u>Exercice 5</u> : Lectures graphiques **(5pts)**

La courbe C_f ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $[-4\ ;\ 2]$ et qui n'admet aucun autre changement de variation que ceux visibles sur ce graphique.

- (T) est la tangente en $B(-1\ ;\ 3)$ à cette courbe.
- C_f admet deux tangentes horizontales une en $A(-2\ ;\ 1)$ et l'autre en $C(0\ ;\ 5)$.

1) Déterminer graphiquement (en justifiant votre réponse) : $f'(0)$, $f'(-2)$ et $f'(-1)$.
2) Déterminer une équation de la tangente à C_f :
   a) au point d'abscisse –2.
   b) au point d'abscisse –1.
3) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f'(x) < 0$.



Exercice 6 : Avec un paramètre **(4pts)**

Soit m un réel et soit d_m la droite d'équation : $m^2x-(m-1)y-1=0$.

1) Pour quelles valeurs de m, la droite d_m passe-t-elle par le point $A(-1\,;1)$?
2) Existe-t-il des valeurs de m, pour lesquelles le vecteur $\overrightarrow{u}(1\,;4)$ est un vecteur directeur de la droite d_m ?
3) La droite d_m peut-elle être parallèle à la droite d d'équation : $5x-3y+4=0$?

Exercice 7 : Nombre dérivé **(3pts)**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$.

1) Montrer que pour tout réel h on a : $f(1+h)-f(1)=\dfrac{-h(h+2)}{2(h^2+2h+2)}$.
2) En déduire le nombre dérivé de f en 1.

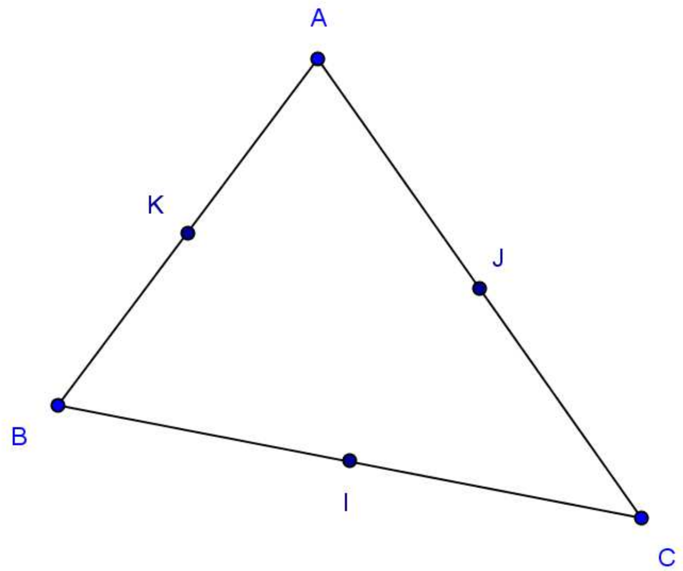
Exercice 8 : Dans le triangle **(6pts)**

Soit ABC un triangle **quelconque.**

On note I, J et K les milieux respectifs des côtés $[BC]$, [AC] et [AB].

On considère le repère $(A\,;\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC})$.

1) Donner les coordonnées des points A, B et C dans le repère $(A\,;\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC})$.
2) Calculer les coordonnées des points I, J et K dans le repère $(A\,;\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC})$.
3) Déterminer une équation des droites (AI) et (BJ).
4) Déterminer les coordonnées du point d’intersection G des droites (AI) et (BJ).
5) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{CG}$ et $\overrightarrow{CK}$ sont colinéaires.
6) Quelle propriété venez-vous de démontrer ?



Le barème de ce devoir n’est qu’indicatif, il se peut donc qu’il soit légèrement modifié.

Nom :
Prénom :

ANNEXE

<u>**Exercice 2**</u> : **Une fonction valeur absolue.**