

Théorème de Pythagore

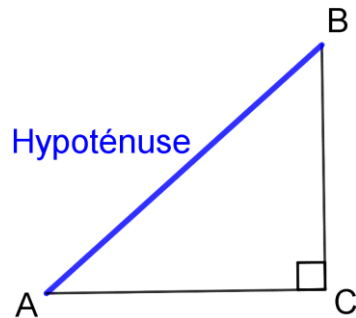
A) Vocabulaire.

Définition :

Dans un triangle rectangle l'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit.

Exemple :

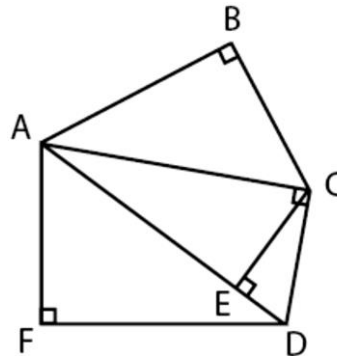
Si ABC est un triangle rectangle en C alors le côté $[AB]$ est son hypoténuse.



$[AB]$ est l'hypoténuse de ABC qui est rectangle en C .

Exercice n°1 :

- 1) Construire, si possible, un triangle :
 - a) ABC rectangle en C dont un côté de l'angle droit mesure $4cm$ et dont l'hypoténuse mesure $7cm$.
 - b) RST rectangle en R dont un côté de l'angle droit mesure $7cm$ et dont l'hypoténuse mesure $4cm$.
- 2) Le triangle MNP est rectangle et on sait que : $MN = 6cm$, $NP = 8cm$ et $MP = 10cm$.
Nommer, sans faire de figure, l'hypoténuse de ce triangle.
- 3) On considère la figure ci-dessous :



- a) Nommer tous les triangles rectangles de cette figure.
- b) Préciser l'hypoténuse de chacun d'eux.

Propriété :

Dans un triangle rectangle l'hypoténuse est le plus grand des côtés.

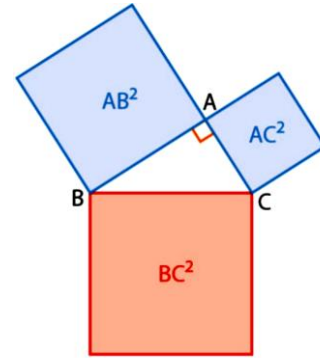
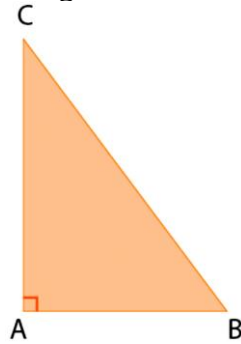
Remarque : la démonstration de cette propriété sera évoquée oralement durant le chapitre.

B) Théorème de Pythagore.

1. Enoncé du théorème de Pythagore.

Théorème :

- Si un triangle est rectangle alors le carré de son hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.
- Si ABC est rectangle en A alors : $BC^2 = AC^2 + AB^2$.



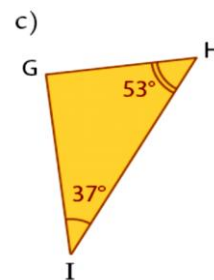
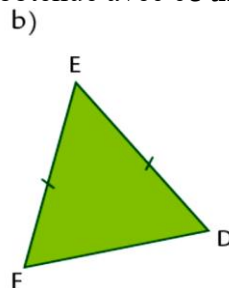
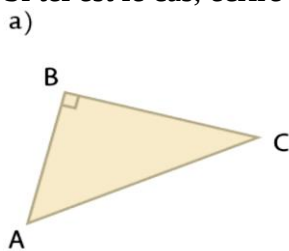
Remarques :

- *Le théorème de Pythagore ne s'applique qu'aux triangles rectangles.*
- *Dans un triangle rectangle le théorème de Pythagore permet de calculer la longueur d'un côté connaissant la longueur des deux autres côtés.*

Vidéo : écrire la formule de Pythagore

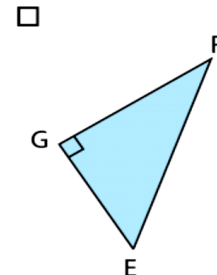
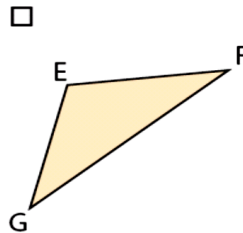
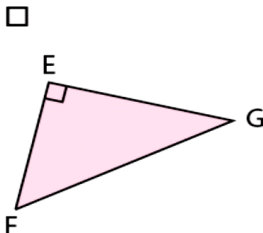
Exercice n°2 :

Dire, pour chacun des triangles suivants, s'il est possible d'appliquer le théorème de Pythagore. Si tel est le cas, écrire l'égalité obtenue avec ce théorème.



Exercice n°3 :

Dans quel triangle peut-on utiliser le théorème de Pythagore et écrire : $EF^2 = EG^2 + GF^2$?
Coche-la ou les bonnes réponses.



2. Rédaction.

Enoncé :

ABC est un triangle rectangle en A tel que : $AC = 8cm$ et $BC = 20cm$.

- 1) Calculer la valeur exacte de la longueur AB .
- 2) Donner la valeur arrondie à 0,1 près de la longueur AB .

Réponse :

- On sait que le triangle ABC est rectangle en A .
- Donc d'après le théorème de Pythagore,
- $BC^2 = AB^2 + AC^2$
 $20^2 = AB^2 + 8^2$
 $400 = AB^2 + 64$
 $AB^2 = 400 - 64$
 $AB^2 = 336$
- 1) Donc la valeur exacte de AB est : $AB = \sqrt{336}cm$
- 2) D'où la valeur arrondie à 0,1 de AB est : $AB \approx 18,3cm$

Remarque : La touche $\sqrt{\quad}$ des calculatrices permet de trouver un nombre (ou une de ses valeurs approchées décimales) quand on connaît son carré.

Vidéo : [appliquer le théorème de Pythagore pour calculer une longueur \(cas simple\)](#)

Vidéo : [appliquer le théorème de Pythagore pour calculer une longueur \(cas compliqué\)](#)

Vidéo : [valeur exacte versus valeur approchée](#)

Exercice n°4 :

Dans chacun des cas suivants calculer, lorsque c'est possible, la longueur BC .

- 1) ABC est rectangle en A , $AB = 15cm$ et $AC = 8cm$.
- 2) $AB = 6cm$ et $AC = 8cm$.
- 3) ABC est rectangle en B , $AB = 27cm$ et $AC = 45cm$.

Exercice n°5 :

Tracer un triangle RST rectangle en R tel que $RS = 2cm$ et $RT = 3cm$.

- 1) Calculer la valeur exacte de ST .
- 2) Donnera un arrondi au dixième de centimètre près de ST .

Exercice n°6 :

Dans chacun des cas suivants calculer, quand c'est possible, la longueur du troisième côté du triangle ABC puis en donner la valeur exacte.

- 1) ABC est rectangle en B , $AB = 4cm$ et $AC = 5,8cm$.
- 2) ABC est isocèle en A , $AB = 12cm$ et $BC = 15cm$.
- 3) ABC est rectangle en C , $AC = 55cm$ et $CB = 48cm$.

Remarque : Le théorème de Pythagore permet de calculer la longueur d'un des côtés d'un triangle rectangle lorsqu'on connaît la longueur des deux autres côtés.

3. Démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle.

Théorème :

Si dans un triangle le carré de la longueur du plus grand côté d'un triangle n'est pas égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle n'est pas rectangle.

Rédaction :

Enoncé :

Le ABC est un triangle tel que $AB = 2\text{cm}$, $AC = 3\text{cm}$ et $BC = 4\text{cm}$.

Ce triangle est-il rectangle ?

Réponse :

- Si le triangle est rectangle c'est en A car $[BC]$ est le plus grand côté :
 $BC^2 = 4^2 = 16$ et $AB^2 + AC^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13 \neq 16$
- D'après la contraposée du théorème de Pythagore,
- ABC n'est pas rectangle.

Remarque :

Le programme de cycle 4 indiquant qu'on peut écrire « d'après le théorème de Pythagore » plutôt que « d'après la contraposée du théorème de Pythagore », cette rédaction sera acceptée.

Vidéo : [appliquer l'égalité de Pythagore pour montrer qu'un triangle n'est pas rectangle](#)

C) Réciproque du théorème de Pythagore.

Théorème :

- Si dans un triangle le carré de la longueur du plus grand côté d'un triangle est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle et l'angle droit est l'angle opposé au plus grand côté.
- Donc si dans un triangle ABC , $BC^2 = AB^2 + AC^2$ alors ce triangle est rectangle en A .

Rédaction :

Enoncé :

Le MNP est un triangle tel que $MN = 3,3\text{cm}$, $NP = 6,5\text{cm}$ et $PM = 5,6\text{cm}$.

Ce triangle est-il rectangle ?

Réponse :

- Si le triangle est rectangle c'est en M car $[NP]$ est le plus grand de côté :
 $NP^2 = 6,5^2 = 42,25$ et $MN^2 + MP^2 = 3,3^2 + 5,6^2 = 42,25$
- D'après la réciproque du théorème de Pythagore,
- MNP est rectangle en M .

Vidéo : [appliquer l'égalité de Pythagore pour montrer qu'un triangle est rectangle](#)

Remarque : La « réciproque » du théorème de Pythagore permet de démontrer qu'un triangle est rectangle quand connaît toutes ses longueurs et la « contraposée » permet de démontrer qu'il ne l'est pas.

Vidéo : [comprendre la notion de réciproque](#)

Vidéo : [calculer une racine carrée](#)

Exercice n°7 :

- 1) Tracer un triangle MNP tel que $MN = 9,6cm$, $MP = 4cm$ et $NP = 10,3cm$.
- 2) Dire, à vue d'œil, si ce triangle est rectangle ou non en M .
- 3) Vérifier votre conjecture par le calcul.

Exercice n°8 :

Parmi les triangles suivants, quels sont ceux qui sont rectangles ?

- 1) ABC est un triangle tel que : $AB = 3cm$, $AC = 4cm$ et $BC = 5cm$.
- 2) EFG est un triangle tel que : $EF = 1cm$, $EG = 1cm$ et $FG = 1,414cm$.
- 3) HIJ est un triangle tel que : $HI = 14,4cm$, $IJ = 14,5cm$ et $HJ = 1,7cm$.

Exercice n°9 :

Les anciens Égyptiens utilisaient une corde à 13 nœuds régulièrement espacés pour obtenir des angles droits (par exemple pour vérifier que leurs champs étaient rectangulaires). Pour obtenir un angle droit, ils la disposaient ainsi :



Pourquoi étaient-ils sûrs d'avoir un angle droit ?

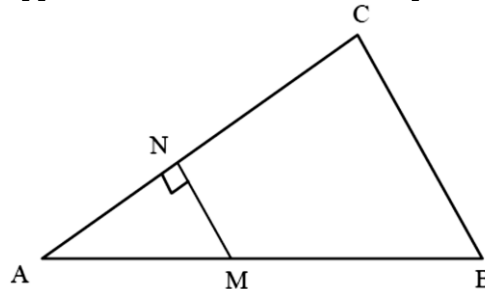
Exercice n°10 :

Le triangle AVS est tel que $AV = 9cm$, $AS = 15cm$, $\widehat{AVS} = 60^\circ$ et $\widehat{ASV} = 30^\circ$.
Calculer VS .

Exercice n°11 :

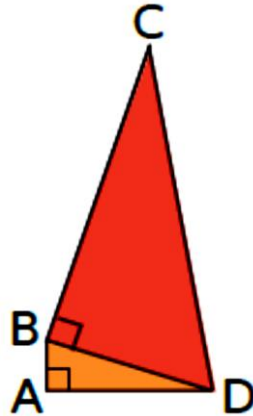
On considère la figure ci-dessous avec : $AN = 2cm$, $NC = 3cm$, $CB = 3,3cm$ et $AB = 6cm$.

- 1) Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.
- 2) L'aire de AMN vaut $1,5cm^2$, en déduire la valeur de MN .
- 3) Calculer une valeur approchée arrondie au dixième près de AM .



Exercice n°12 :

Sur la figure ci-dessous : $AB = 1,5\text{cm}$; $AD = 6\text{cm}$ et $BC = 12\text{cm}$.



- 1) Calculer la valeur arrondie au mm de BD .
- 2) Calculer, en justifiant, la valeur exacte de DC .

Exercice n°13 :

Soit ATR un triangle dont tous les angles sont aigus.

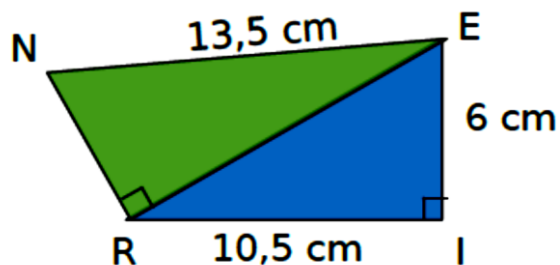
Soit H le pied de la hauteur issue de A dans ATR .

On donne : $AR = 5,2\text{cm}$, $HR = 2,9\text{cm}$ et $TH = 5,5\text{cm}$.

Calculer un arrondi à $0,1\text{cm}$ près de AT .

Exercice n°14 :

Démontrer que $NR = EI$. Justifier toutes les étapes.

Exercice n°15 :

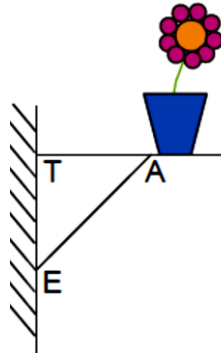
ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 6\text{cm}$.

H est le pied de la hauteur issue de A dans ABC . On sait que $BH = 3\text{cm}$.

- 1) Calculer AH (on donnera un arrondi à $0,1\text{cm}$ près).
- 2) Sachant que $HC = 9\text{cm}$, calculer AC .
- 3) Calculer l'aire du triangle ABC .
- 4) Soit O le milieu de $[BC]$.
 - a) Faire la figure et placer le symétrique D de A par rapport à O .
 - b) Quelle est la nature de $ABDC$?
 - c) Montrer que $AD = BC$.

Exercice n°16 :

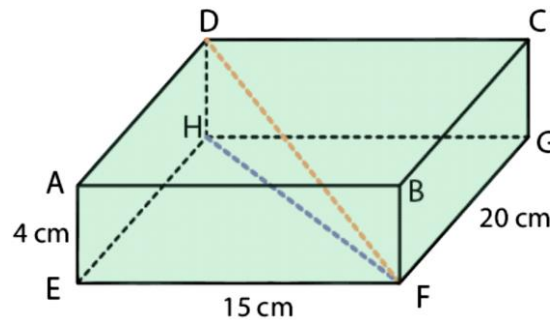
Sur un mur vertical, Arnaud a installé une étagère pour y poser des pots de fleurs.
Les mesures qu'il a utilisées sont les suivantes : $AT = 42\text{cm}$; $AE = 58\text{cm}$ et $TE = 40\text{cm}$.



L'étagère d'Arnaud est-elle horizontale ? Justifier.

Exercice n°17 :

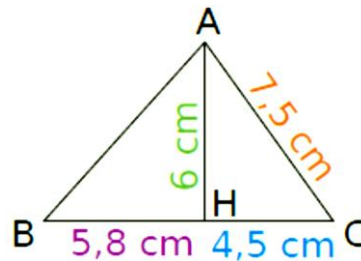
On considère la figure ci-dessous représentant un parallélépipède rectangle :



- 1) On considère la face $EFGH$.
 - a) Quelle est la nature de la face $EFGH$? On ne demande pas de justification.
 - b) Calculer HF en cm . Donner l'arrondi au dixième.
- 2) On considère le plan $FHDB$.
 - a) Quelle est la nature du triangle DHF ? On ne demande pas de justification.
 - b) Calculer DF en cm . Donner l'arrondi au dixième.

Exercice n°18 : Vu au Brevet

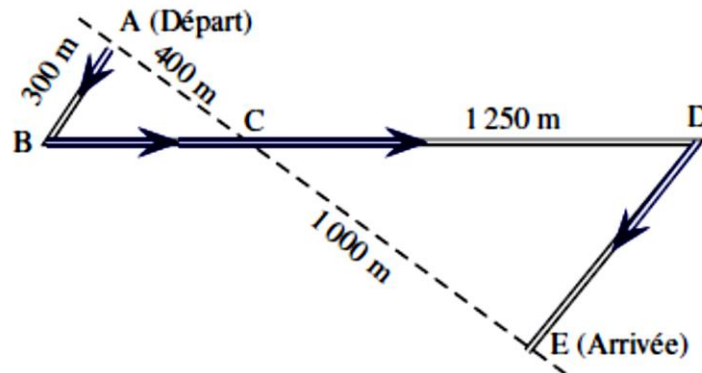
ABC est un triangle tel que : $AC = 7,5\text{cm}$; $BH = 5,8\text{cm}$; $CH = 4,5\text{cm}$ et $AH = 6\text{cm}$.



- 1) Démontrer que ACH est rectangle en H .
- 2) Calculer le périmètre du triangle ABC .
- 3) Calculer l'aire du triangle ABC .

Exercice n°19 :

Des élèves participent à une course à pied. Avant l'épreuve, un plan leur a été remis. Il est représenté par la figure ci-dessous :



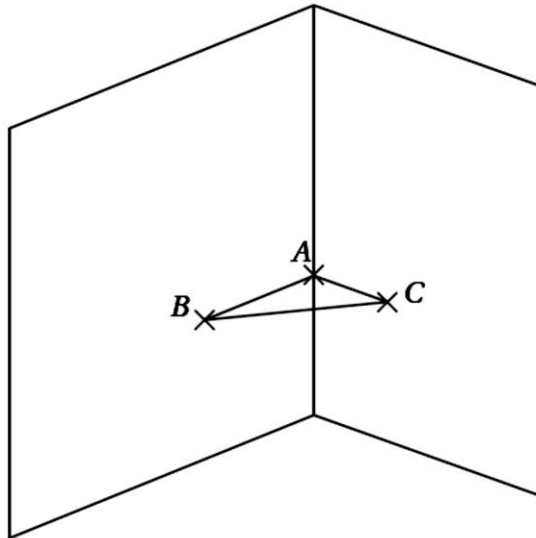
On convient que :

- Les droites (AE) et (BD) se coupent en C .
- Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
- ABC est un triangle rectangle en A .
- $AB = 300m$, $AC = 400m$, $CE = 1\,000m$ et $CD = 1\,250m$

Calculer la longueur réelle du parcours $ABCDE$.

Exercice n°20 : Vu au Brevet

Un menuisier prend les mesures suivantes dans le coin d'un mur à 1 mètre au-dessus du sol pour construire une étagère ABC telle que : $AB = 65cm$; $AC = 72cm$ et $BC = 97cm$.



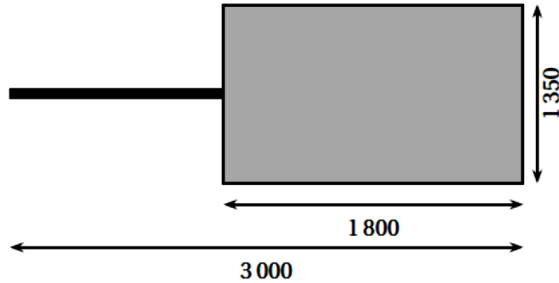
Il réfléchit quelques minutes et assure que l'étagère a un angle droit. Qu'en pensez-vous ? Justifier votre réponse.

Exercice n°21 : Vu au Brevet

On dispose des informations suivantes :

Toutes les valeurs présentes sur les schémas sont en millimètres.

Dimensions de la remorque



Longueur du fusil sous-marin

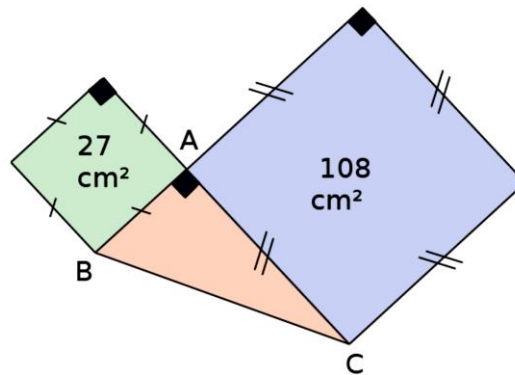


2 100

On suppose que le fond de la remorque est un rectangle. Le fusil sous-marin peut-il être placé « à plat » dans la remorque ? Justifier la réponse.

Exercice n°22 :

En utilisant les données de la figure, détermine l'aire du triangle ABC .



Exercice n°23 : énoncé et corrigé dans la vidéo.

Vidéo : [Appliquer la formule de Pythagore](#)